Fehlerrechnung

Die ultimative komplizierte Fehlerrechnung der Formel

$$L = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R^2}$$

nach den Gauß'schen Sätzen. Bei der Addition zweier Größen werden die absoluten Fehler, bei der Multiplikation die relativen Fehler quadratisch gemittelt. Dabei wird noch abhängig von der jeweiligen Potenz gewichtet (Der Fehler eines Quadrats wirkt doppelt, der einer Wurzel nur halb).

Lösung des Problems von innen heraus:

Znächst wird der Fehler des Quotienten $\frac{U}{I}$ berechnet. Es handelt sich um einen Quotienten, daher werden die relativen Fehler quadratgemittelt: $\frac{\Delta U/I}{U/I} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}$. Der absolute Fehler dieser Größe ergibt sich einfach durch Multiplikation mit dem Ergebnis: $\Delta\frac{U}{I} = \frac{U}{I}\sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}$. Unter der Wurzel steht eine Summe, es müssen also die absoluten Fehler quadratgemittelt werden. Da beide Größen quadriert werden, muß der Faktor 2 jeweils berücksichtigt werden. Der Fehler des unter der Wurzel stehenden Termes (nicht der Summe selber) ist:

$$\Delta\sqrt{\ } = \sqrt{\left(2\Delta\frac{U}{I}\right)^2 + \left(2\Delta R\right)^2} = 2\sqrt{\left(\Delta\frac{U}{I}\right)^2 + \left(\Delta R\right)^2} = 2\sqrt{\left(\frac{U}{I}\sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2}\right)^2 + \left(\Delta R\right)^2}$$

Zum Schluß wird der Term noch mit ω verrechnet. Da wir diese Größe als fehlerfrei setzen (Abweichungen kleiner 0,2%), gleicht der prozentuale Fehler der Induktivität fast dem Fehler des eben berechneten Terms; aufgrund der Potenz ½ muß jedoch noch durch 2 geteilt werden:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\sqrt{\ }}{\sqrt{\ }} = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2}\left(\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2\right) + \left(R\frac{\Delta R}{R}\right)^2}}{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}}$$

... Von diesen Fehlern solltest Du also nicht allzuviele ausrechnen ... oder Du schreibst Dir ein Programm dafür!

Ein $\frac{\Delta X}{X}$ bedeutet übrigens immer einen prozentualen Fehler, wenn Du also $X = ab \pm 10\%$ hast, so ist $\frac{\Delta X}{X} = 10\% = 0{,}1$.

Schrecklich, was??

Frank